Escaneado con CamScanner

➡️ Ejercicio 43 de la guía ➡️

Escaneado con CamScanner

5. Aplicaciones a Gases Reales Puros (Ecuaciones de V.W. y R.K.

Problema 43

Antes de comenzar, se calculan a_{rk} y b_{rk}. Para el amoniaco, $T_c = 405{,}5K$ y $P_c = 111{,}3atm$, se toma como R el valor de $82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}$, luego:

$$a_{rk} = 0{,}42748\frac{R^2 T_c^{2,5}}{P_c} = 85630613{,}01 \cdot atm \cdot K^{1/2}\frac{cm^6}{mol^2}$$

$$b_{rk} = 0{,}08664\frac{RT_c}{P_c} = 25{,}90\frac{cm^3}{mol}$$

Se necesitará hacer dos series de iteraciones ya que se necesitará un volumen molar al inicio y al final del proceso.

Al inicio tenemos que la temperatura es de $200°\text{F} = 366{,}48K$ y una presión de $16bar = 15{,}79atm$. Se calcula entonces un volumen molar de partida:

$$\bar{V}_0 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 366{,}48K}{15{,}79atm} = 1904{,}51\frac{cm^3}{mol}$$

Ahora se procede a iterar la ecuación iterativa:

$$\bar{V}_{i+1} = \frac{RT}{P + \frac{a_{rk}}{\sqrt{T}\bar{V}_i(\bar{V}_i + b_{rk})}} + b_{rk}$$

Esta arroja los siguientes resultados

i	$\bar{V}_i$	$\bar{V}_{i+1}$	Error (%)
0	1904.5123	1915.2053	0.56

Este último es nuestro volumen molar inicial.

El volumen molar final estará dado por $2000kPa = 19{,}74atm$ y $T_1(K)+20 = 386{,}48K$. Se calcula un primer valor:

Escaneado con CamScanner

$$\bar{V}_0 = \frac{RT_2}{P_2} = \frac{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 386{,}48K}{19{,}74atm} = 1606{,}55 \frac{cm^3}{mol}$$

Utilizando la ecuación iterativa con este primer valor se obtiene:

i	$\bar{V}_i$	$\bar{V}_{i+1}$	Error (%)
0	1606.5547	1618.8219	0.76

Ya tenemos un volumen molar inicial y uno final, ¿cómo están relacionados estos volúmenes con el dispositivo cilindro-émbolo? De la siguiente forma:

$$\bar{V}_i = \frac{\pi r^2 h_i}{n}$$

$$\bar{V}_f = \frac{\pi r^2 h_f}{n}$$

Si despejamos r^2 en ambas ecuaciones e igualamos obtenemos:

$$\sqrt{\frac{\bar{V}_i n}{h_i \pi}} = \sqrt{\frac{\bar{V}_f n}{h_f \pi}}$$

Simplificando, nos lleva a la siguiente expresión:

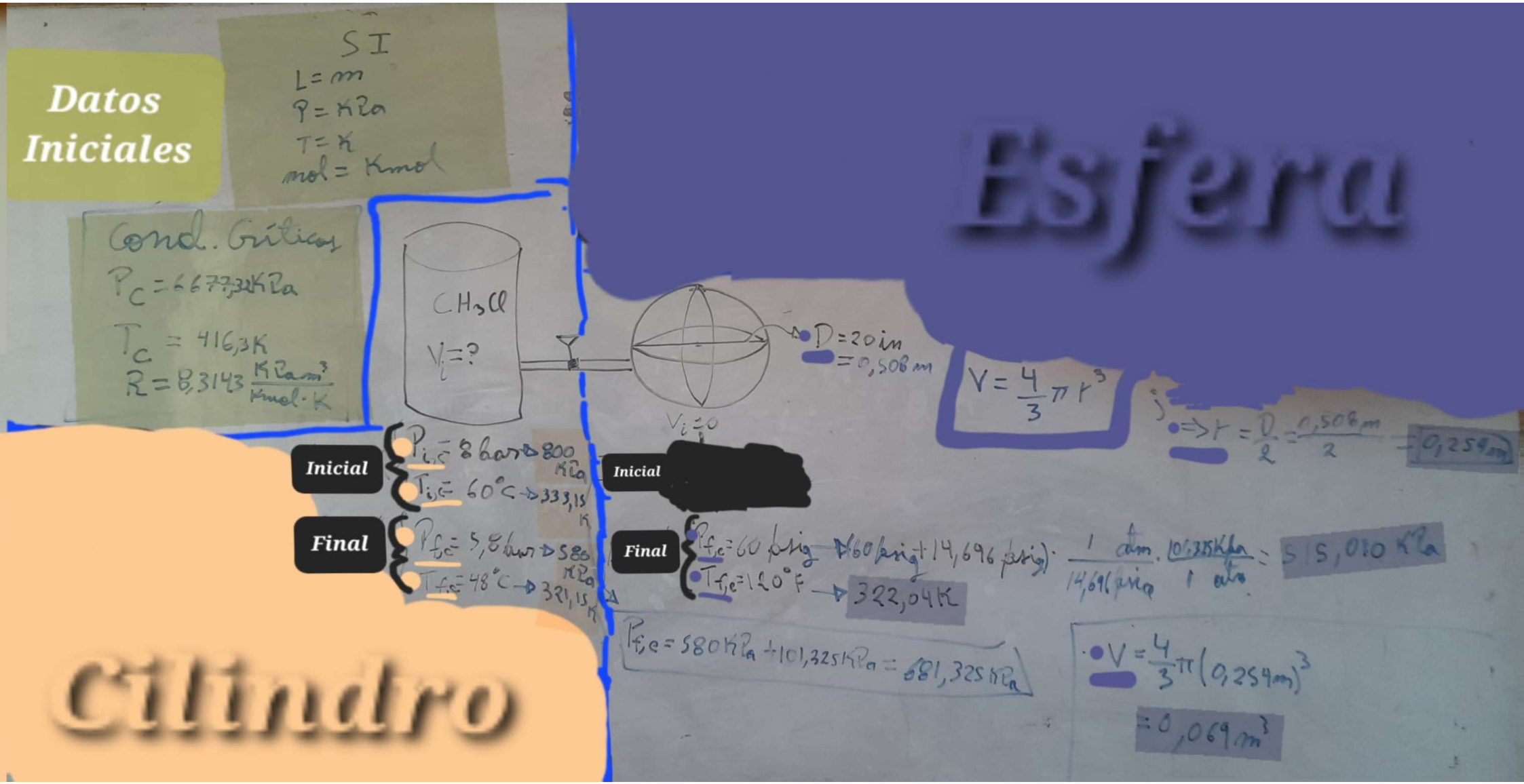
$$h_f = \frac{\bar{V}_f}{\bar{V}_i} h_i = \frac{1618{,}8219 \frac{cm^3}{mol}}{1915{,}2053 \frac{cm^3}{mol}} h_i = 0{,}85 h_i$$

Esto significa que la altura del émbolo ha descendido un 15 % de su altura inicial.

Escaneado con CamScanner

➡️ Ejercicio 44 de la Guía ➡️

Escaneado con CamScanner



Escaneado con CamScanner

Usamos: Van der Waals

- $a = \frac{27}{64} \cdot \frac{(RT_c)^2}{P_c} = \frac{27}{64} \cdot \frac{\left(8{,}3143 \frac{kPa \cdot m^3}{kmol \cdot K} \cdot 416{,}3K\right)^2}{6677{,}32 kPa} = 756{,}91 \; kPa\left(\frac{m^3}{kmol}\right)^2$

- $b = \frac{1}{8} \frac{RT_c}{P_c} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8{,}3143 \frac{kPa \cdot m^3}{mol \cdot K} \cdot 416{,}3K}{6677{,}32 kPa} = 0{,}064 \frac{m^3}{kmol}$

Ec. de Van Der Waals

$$\left(P + \frac{a}{\bar{V}^2}\right)(\bar{V} - b) = RT$$

La Ec. que USAREMOS

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{RT}{P + \frac{a}{\bar{V}^2}} + b$$

Ya tenemos todos los datos para empezar a usar esta ecuación en la "ITERACIÓN"

Como necesitamos los MOLES de la Esfera...

Vamos a calcular el Volumen Molar, usando la ecuación de Van der Waals...

Y entonces, utilizamos la ecuación:

$n = V/V^{\wedge}$

Escaneado con CamScanner

TABLA DE ITERACIÓN

	V_{i-1}	V_i	% Error
0		5,2	
1	5,2	4,99	$\frac{\lvert 4,99 - 5,2 \rvert}{5,2} \cdot 100 = 4,04\%$
2	4,99	4,97	$\frac{\lvert 4,97 - 4,99 \rvert}{4,99} \cdot 100 = 0,4\%$

Este es el Volumen Molar que usaremos

Paso 1: Calcular V^o

$$\bar{V}_o = \frac{RT}{P} = \frac{8,3143 \frac{kPa \cdot m^3}{kmol \cdot K} \cdot 322,04 K}{515,01 kPa} = 5,2 \, m^3/kmol$$

Paso 2: Calcular V^i

$$\bar{V}_i = \frac{RT}{P + \frac{a}{\bar{V}_o^2}} + b$$

$$= \frac{8,3143 \frac{kPa \cdot m^3}{kmol \cdot K} \cdot 322,04 K}{515,01 kPa + \frac{756,11 kPa \cdot \left(\frac{m^3}{kmol}\right)^2}{(5,2 \, m^3/kmol)^2}} + 0,064$$

$$= 4,99 \, m^3/kmol$$

Paso 3: ¿No dió 1<?

Calculamos otro V^i, usando el anterior como V^o

$$\rightarrow \bar{V}_i = \frac{RT}{P + \frac{a}{\bar{V}_{i-1}^2}} + b$$

Hasta que el Margen de Error sea menor que 1%

$$\frac{\lvert \bar{V}_i - \bar{V}_{i-1} \rvert}{\bar{V}_{i-1}} \cdot 100 <$$

Escaneado con CamScanner

Y obtenemos los Moles de la Esfera ✅

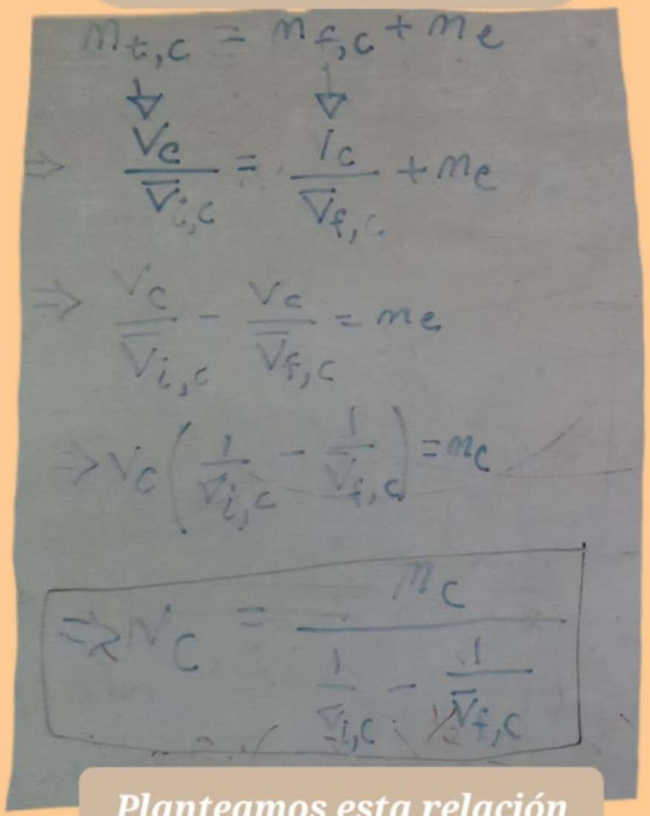
Parte a)

$$\bar{V} = \frac{V}{n} \rightarrow n_e = \frac{V_e}{\bar{V}_e} = \frac{0,059\ m^3}{4,97\ m^3/Kmol}$$

$$= 0,014\ Kmol$$

Escaneado con CamScanner

PARTE 1



$$m_{t,c} = m_{f,c} + m_e$$

$$\frac{V_c}{\bar{V}_{i,c}} = \frac{V_c}{\bar{V}_{f,c}} + m_e$$

$$\frac{V_c}{\bar{V}_{i,c}} - \frac{V_c}{\bar{V}_{f,c}} = m_e$$

$$V_c\left(\frac{1}{\bar{V}_{i,c}} - \frac{1}{\bar{V}_{f,c}}\right) = m_e$$

$$V_c = \frac{m_c}{\frac{1}{\bar{V}_{i,c}} - \frac{1}{\bar{V}_{f,c}}}$$

Planteamos esta relación para TENER una forma de calcular el "Volumen del Cilindro «VC»"

Pregunta b)

PARTE 2: Calculo del Volumen Inicial "Vo"

$$Z \begin{cases} P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{800\,KPa}{6677,3\,KPa} = 0,12 \\ T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{333,15\,K}{416,3\,K} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow Z = 0,92$$

$$\bar{V}_{i,c} = 0,92 \cdot 8,3143 \frac{KPa \cdot m^3}{Kmol \cdot K} \cdot \frac{333,15\,K}{800\,KPa} = 3,19\ m^3/Kmol$$

PARTE 3: Calculamos el Volumen Final "Vf"

$$Z \begin{cases} P_r = \frac{681,325\,KPa}{6677,3\,KPa} = 0,11 \\ T_r = \frac{321,15\,K}{416,3\,K} = 0,77 \end{cases} \Rightarrow Z = 0,91$$

$$\bar{V}_{f,c} = 0,91 \cdot 8,3143 \frac{KPa \cdot m^3}{Kmol \cdot K} \cdot \frac{321,15\,K}{681,325\,KPa} = 3,57\ \frac{m^3}{Kmol}$$

PARTE 4: Calculamos el Volumen del Cilindro "VC"

$$V_c = \frac{m_e}{\frac{1}{\bar{V}_{i,c}} - \frac{1}{\bar{V}_{f,c}}}$$

$$= \frac{0,014\,Kmol}{\frac{1}{3,19\,m^3/Kmol} - \frac{1}{3,57\,m^3/Kmol}}$$

$$= 0,42\,m^3$$

Escaneado con CamScanner

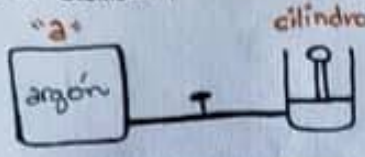
➡️ Ejercicio del Tanque y el Cilindro... ➡️

(Resuelto en la Clase de Fisicoquímica)

Escaneado con CamScanner

Clase ▸ Un tanque "a" con un volumen de $0,4\ m^3$ contiene argón a 2500KPa y una temperatura de 30°C. Está conectado a un cilindro inicialmente vacío que contiene un pistón sin fricción, de tal forma que una presión de 1500KPa es requerida para subir el pistón. La válvula que conecta a los dos recipientes se abre y 1/3 de los moles de argón fluyen hacia el cilindro. El argón alcanza un estado uniforme a 30°C y 1500KPa en el cilindro. Calcular el volumen y los moles finales en el cilindro, calcular la presión y los moles en "a".

Calcular:
- $V_{FCIL} = ?$ ✓✓
- $n_{FCIL} = ?$ ✓✓
- $P_{Fa} = ?$ ✓✓
- $n_{Fa} = ?$ ✓✓ ▸ Trabajar con la ecuación generalizada y ecuación de Van Der Waals...
- $+n_a$ ✓✓



Datos de a:
- $V = 0,4\ m^3$
- $P = 2500\ KPa$
- $T = 30°C \rightarrow 303,15°K$

Datos del cilindro:
- $P = 1500\ KPa$
- $T = 30°C \rightarrow 303,15°K$

• Trabajando con la ecuación generalizada

$PV = ZRT$

$\hat{V} = \frac{ZRT}{P}$

$P_r = \frac{P}{P_c} \rightarrow P_r = \frac{2500\ KPa}{48\ atm \cdot \frac{101,325\ KPa}{1\ atm}} \rightarrow P_r = 0,51$

$T_r = \frac{T}{T_c} \rightarrow T_r = \frac{303,15\ K}{150,72\ K} \rightarrow T_r = 2,01$

$Z = 0,98$

$\hat{V} = \frac{V}{n}$ ↳ $n = \frac{V}{\hat{V}}$

$\hat{V}_a = \frac{(0,98)(8,3143\ \frac{KJ}{Kmol K})(303,15\ K)}{2500\ KPa} \rightarrow \hat{V}_a = 0,9880\ m^3/Kmol$ (KPa m³)

$n_a = \frac{0,4\ m^3}{0,9880\ m^3/Kmol} \rightarrow n_a = 0,4048\ Kmol$ ✓ ↳ inicialmente

▸ n_{FCIL} cuando fluyen 1/3 de n de argón

$n_{FCIL} = \frac{1}{3} \cdot 0,4048\ Kmol$

$n_{FCIL} = 0,1349\ Kmol$ ✓ ↳ En el cilindro

▸ n_{Fa} luego de fluir 1/3 de n de argón hacia el cilindro

$n_{Fa} = (n_a - n_{FCIL}) \rightarrow n_{Fa} = (0,4048\ Kmol - 0,1349\ Kmol) \rightarrow n_{Fa} = 0,2699\ Kmol$ ✓ ↳ final

▸ Calculando el volumen del cilindro

$P_r = \frac{1500\ KPa}{48\ atm \cdot \frac{101,325\ KPa}{1\ atm}} \rightarrow P_r = 0,30$

$T_r = 2,01$

$Z = 0,99$

$\hat{V}_{CIL} = \frac{(0,99)(8,3143\ \frac{KPa\,m^3}{Kmol K})(303,15\ K)}{1500\ KPa}$

$\hat{V}_{CIL} = 1,6635\ m^3/Kmol$

$V_{FCIL} = 1,6635\ m^3/Kmol \cdot 0,1349\ Kmol$

$V_{FCIL} = 0,2244\ m^3$ ✓

▸ Calculando la presión final en "a"

$V_{Fa} = \frac{V_{ea}}{n_{Fa}} \rightarrow \frac{0,4\ m^3}{0,2699\ Kmol} \rightarrow V_{Fa} = 1,48\ m^3/Kmol$

$\frac{R T_c}{P_c} \rightarrow \frac{(8,3143\ \frac{KPa\,m^3}{Kmol K})(150,72\ K)}{48\ atm \cdot \frac{101,325\ KPa}{1\ atm}}$

$\frac{R \cdot T_c}{P_c} = 0,2576\ m^3/Kmol$

Escaneado con CamScanner

$V_r^i = \frac{V}{\frac{R \cdot T_c}{P_c}} \rightarrow V_r^i = \frac{1{,}48\ m^3/Kmol}{0{,}2576\ m^3/Kmol} \rightarrow V_r^i = 5{,}74$, $T_r = 2{,}01$ $\rightarrow Z = 0{,}99$

$P\hat{V} = ZRT$ $\quad P = \frac{ZRT}{\hat{V}}$

$P_{Fa} = \frac{(0{,}99)(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(303{,}15K)}{1{,}48\ \frac{m^3}{Kmol}} \rightarrow P_{Fa} = 1685{,}9968\ KPa$ ✓

$\left(\frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K}\right)\left(\frac{K^2}{KPa}\right) = KPa\left(\frac{m^3}{Kmol}\right)^2$

• Trabajando con la ecuación de Van Der Waals

$\left(P + \frac{a}{\hat{V}^2}\right)(\hat{V} - b) = RT \rightarrow a = \frac{27}{64} \cdot \frac{(RT_c)^2}{P_c} \rightarrow a = \frac{27}{64} \cdot \frac{\left[(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(150{,}72K)\right]^2}{48\ atm \cdot \frac{101{,}325\ KPa}{1\ atm}} \rightarrow a = 136{,}2132\ (m^3/Kmol)^2\ KPa$

$\hat{V}_o = \frac{RT}{P}$ % Error < 1%

$b = \frac{1}{8} \cdot \frac{RT_c}{P_c} \rightarrow a = \frac{1}{8} \cdot \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(150{,}72K)}{48\ atm \cdot \frac{101{,}325\ KPa}{1\ atm}} \rightarrow b = 0{,}0322\ m^3/Kmol$

$\hat{V}_o = \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(303{,}15K)}{(2500\ KPa)} \rightarrow \hat{V}_o = 1{,}0082\ m^3/Kmol$

$\hat{V} = \frac{RT}{\left(P + \frac{a}{\hat{V}^2}\right)} + b$ $\quad$ % Error $= \frac{|\hat{V}_i - \hat{V}_o|}{\hat{V}_o} \cdot 100\%$

$\hat{V}_{oi} = \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(303{,}15K)}{2500\ KPa + \frac{136{,}2132\ KPa\left(\frac{m^3}{Kmol}\right)^2}{(1{,}0082\ m^3/Kmol)^2}} + 0{,}0322\ m^3/Kmol$

i	$\hat{V}_o$ ($m^3/Kmol$)	$\hat{V}_i$ ($m^3/Kmol$)	% Error
0	1,0082	0,9891	1,89 > 1
1	0,9891	0,9872	0,002 %

$\hat{V}_{oi} = 0{,}9891\ m^3/Kmol \rightarrow$ % Error $= \frac{|0{,}9891 - 1{,}0082|}{1{,}0082} \cdot 100\%$

% Error = 1,89 %

Retomando el calculo con $\hat{V}_o = 0{,}9891$

$\hat{V}_{oii} = 0{,}9872\ m^3/Kmol$ * $\rightarrow$ % Error $= \frac{|0{,}9872 - 0{,}9891|}{0{,}9891}$

% Error = 0,002 % ✓

$n = \frac{V}{\hat{V}}$ $\quad n_a = \frac{0{,}4\ m^3}{0{,}9872\ m^3/Kmol} \rightarrow n_a = 0{,}4052\ Kmol$ ✓ al inicio

$n_{FCIL} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}4052\ Kmol \rightarrow n_{FCIL} = 0{,}1351\ Kmol$ ✓ en el cilindro

$n_{Fa} = (0{,}4052 - 0{,}1351) \rightarrow n_{Fa} = 0{,}2701\ Kmol$ ✓ luego de perder 1/3

$P = \frac{RT}{(\hat{V} - b)} - \frac{a}{\hat{V}^2}$ $\quad \hat{V} = \frac{V}{N}$

Calculando la presión final en "a"

$\hat{V}_{Fa} = \frac{0{,}4\ m^3}{0{,}2701\ Kmol} \rightarrow \hat{V}_{Fa} = 1{,}4809\ m^3/Kmol$

$P_{Fa} = \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(303{,}15K)}{(1{,}4809\ m^3/Kmol - 0{,}0322\ m^3/Kmol)} - \frac{136{,}2132\ (m^3/Kmol)^2\ KPa}{(1{,}4809\ m^3/Kmol)^2}$

$P_{Fa} = 1677{,}7111\ KPa$ ✓

Calculando el volumen del cilindro

$\hat{V}_o = \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\ m^3}{Kmol\ K})(303{,}15K)}{1500\ KPa} \rightarrow \hat{V}_o = 1{,}6803\ m^3/Kmol$

Escaneado con CamScanner

$$\hat{V}_{FCLi} = \frac{(8{,}3143\ \frac{KPa\,m^3}{Kmol\,K})(303{,}15\ K)}{1500\ KPa + \frac{136{,}2132\ (m^3/Kmol)^2\ KPa}{(1{,}6803\ m^3/Kmol)^2}} + 0{,}0322\ m^3/Kmol \rightarrow \hat{V}_{FCLi} = 1{,}6602\ m^3/Kmol$$

$$\%\,\varepsilon_{Error} = \frac{|1{,}6602 - 1{,}6803|}{1{,}6803}$$

$$\%\,\varepsilon_{Error} = 0{,}01 < 1 \checkmark$$

$$V_{FCLi} = 1{,}6602\ m^3/Kmol \cdot 0{,}1351\ Kmol$$

$$V_{FCLi} = 0{,}2243\ m^3 \checkmark$$

Escaneado con CamScanner

➡️ Ejercicio del "Globo" ➡️

(Resuelto en clase,
semestre pasado)

Escaneado con CamScanner

utilizar el cuadro.

- Un globo esférico de 6,1 cm de radio contiene oxígeno (O) a 15 atm y 25°C. Calcule la masa de oxígeno con la ec. generalizada y con la ec de VW.

Datos:

r = 6,1 cm

P = 15 atm

T = 25°C

m_{O_2} = ?

ⓐ ec. generalizada

ⓑ ec. VW

ⓐ Ecuación generalizada.

T_c = 154,40 K

P_c = 49,7 atm

$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{15\,atm}{49,7\,atm} \rightarrow P_r = 0,30$

$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{298,15\,K}{154,40\,K} \rightarrow T_r = 1,93$

$Z = 0,98$

$V = \frac{4}{3}\pi(6,1\,cm)^3 \rightarrow V = 950,776\,cm^3$

$\hat{V} = \frac{V}{N}$

$\hat{V} = \frac{ZRT}{P} \rightarrow \hat{V} = \frac{(0,98)(82,053\,\frac{atm\,cm^3}{mol\,K})(298,15\,K)}{(15\,atm)}$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\hat{V} = 1598,321\,\frac{cm^3}{mol}$

$n = \frac{V}{\hat{V}} \rightarrow \frac{950,776\,cm^3}{1598,321\,cm^3/mol}$

$n = 0,595\,mol$

$m_{O_2} = 0,595\,mol \cdot \frac{32\,g}{1\,mol} \rightarrow m_{O_2} = 19,040\,g$

Escaneado con CamScanner

⑥ Ecuación de Van Der Waals

$$\left(P + \frac{a}{\hat{V}^2}\right)(\hat{V} - b) = RT \rightsquigarrow \hat{V}_i = \frac{RT}{P + \frac{a}{\hat{V}_o^2}} + b$$

$a = 1{,}36 \times 10^6 \ \frac{atm\,cm^6}{mol^2}$

$b = 31{,}9 \ \frac{cm^3}{mol}$

$\hat{V}_o = \frac{RT}{P}$ % Error < 1%

i	$\hat{V}_o \ (cm^3/mol)$	$\hat{V}_i \ (cm^3/mol)$	% Error
0	1630,940	1609,081	1,313
1	1609,081	1607,660	0,088

$$\hat{V}_o = \frac{(82{,}053 \ \frac{atm\,cm^3}{mol\,K})(298{,}15\,K)}{15\ atm} \rightsquigarrow \hat{V}_o = 1630{,}940 \ cm^3/mol$$

$$V_i = \frac{(82{,}053 \ \frac{atm\,cm^3}{mol\,K})(298{,}15\,K)}{15 + \frac{1{,}36 \times 10^6 \ \frac{atm\,cm^6}{mol^2}}{(1630{,}940)^2 \ \frac{cm^6}{mol^2}}} + 319 \ \frac{cm^3}{mol} \rightsquigarrow V_i = 1609{,}081 \ cm^3/mol$$

$$\%\ Error = \frac{|\hat{V}_i - \hat{V}_o|}{\hat{V}_o} * 100\%$$

$$\%\ Error = \left(\frac{1609{,}081 - 1630{,}940}{1630{,}940}\right) * 100\% \rightsquigarrow \%\ Error = 1{,}313\%$$

Calculando nuevamente "V_i"

$V_i = 1607{,}660 \ cm^3/mol$

Escaneado con CamScanner

$$n = \frac{950{,}776\ cm^3}{1607{,}660\ cm^3/mol} \rightarrow n = 0{,}591\ mol$$

$$m_{O_2} = 0{,}591\ mol * \frac{32\ g}{1\ mol} \rightarrow m_{O_2} = 18{,}912\ g$$

Escaneado con CamScanner